

Elektrotehnika i elektronika – završni ispit

januar 2013.

Teorijska pitanja:

P1. Definirati vektor jačine električnog polja [1] i električni potencijal [1]. Šta je električni dipol i kako se definiše njegov električni moment [2]? Navesti granične uslove na razdvojnoj površi dva dielektrika [1].

P2. Ekvivalentna otpornost redne veze otpornika R_1 i R_2 je $14[\Omega]$. Kada se ova dva otpornika povežu paralelno odnos snaga termičkih disipacija na njima je $P_1:P_2=4:3$. Odrediti otpornike R_1 i R_2 [4]? Omov zakon u lokalnom i integralnom obliku (slika obavezna) [2].

P3. Definirati pojam magnetnog fluksa [1]. Nacrtati sliku i odrediti pravac, smer i intenzitet vektora magnetske indukcije u

centru kružnog provodnika sa strujom jačine I [4].

P4. a) Redna veza otpornosti R i kapacitivnosti C priključena je na prostoperiodični naponski izvor unutrašnjeg otpora R_g . Nacrtati električnu šemu ovog kola [2]. Kako se menja efektivna vrednost struje izvora kada frekvencija elektromotorne sile izvora raste [1]? Obrazložiti odgovor [2].

b) Aktivna snaga neke impedanse je $16[W]$, a reaktivna $12[VAr]$. Modulo ove impedanse iznosi $5[\Omega]$. Odrediti ovu impedansu [4] ?

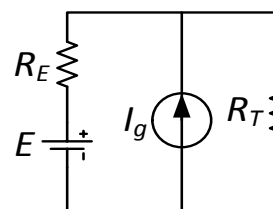
Zadaci:

Z1. Dve usamljene metalne sfere poluprečnika $R_1=R_2=4[mm]$ i naelektrisanja $Q_1=4[nC]$ i $Q_2=-4[nC]$ nalaze se u vakuumu na međusobnom rastojanju merenom između njihovih centara $d=1[m]$. Nacrtati sliku, označiti pravac i smer vektora jačine električnog polja u čitavom prostoru [2] i izračunati napon između sfera [6].

Z2. Za kolo vremenski konstantne struje sa slike odrediti:

- a) napon na otporniku R_T [3],
- b) snagu baterije E [2],
- c) snagu strujnog izvora I_g [3].

Podaci: $I_g=1/4[A]$, $E=100[V]$, $R_E=230[\Omega]$ i $R_T=120[\Omega]$.



Z3. Paralelna veza otpornika $R=10[\Omega]$ i kalema induktivnosti $L=10[mH]$ povezana je na idealni naponski izvor $e(t)=10\sqrt{2}\sin(10^3t)[V]$. U kolu je uspostavljen ustaljeni prostoperiodični režim.

- a) odrediti efektivne vrednosti struje otpornika i kalema [2],
- b) nacrtati fazorski dijagram i na njemu predstaviti struje izvora, otpornika i kalema. [3]. Kolika je efektivna vrednost struje izvora [1]?
- c) izračunati aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu izvora [3].

P1. Vektor jačine električnog polja \mathbf{E} definisan je količnikom vektora elektrostatičke sile \mathbf{F} koja deluje na uneto (probno) pozitivno punktualno naelektrisanje ΔQ i samog naelektrisanja ΔQ : $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{\Delta Q}$. Potencijal

$V_A = \int_A^R \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$, po bilo kojoj putanji integracije. Električni dipol je sistem od dva punktualna naelektrisanja

Q ($Q > 0$) i $-Q$ koja se nalaze na rastojanju d . Dipol karakteriše električni moment $\mathbf{p} = Q \cdot \mathbf{d}$, gde je \mathbf{d} vektor položaja pozitivnog naelektrisanja Q u odnosu na negativno $-Q$. Granični uslovi $\mathbf{D}_{1n} = \mathbf{D}_{2n}$ i $\mathbf{E}_{1tg} = \mathbf{E}_{2tg}$.

P2. $R_1 + R_2 = 14\Omega$. Dalje je $P_1 : P_2 = 4 : 3$, odnosno $\frac{U^2}{R_1} : \frac{U^2}{R_2} = \frac{4}{3}$, pa je $\frac{R_2}{R_1} = \frac{4}{3}$. Rešavanjem se dobija $R_1 = 6\Omega$ i $R_2 = 8\Omega$.

P3. $\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$. $B = \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{R}$, pravac smer su vezani po pravilu desnog zavrtnja sa smerom struje.

P4. a) Efektivna vrednost struje izvora raste jer ukupna impedansa kola opada $Z = \sqrt{(R + R_g)^2 + (\frac{1}{\omega C})^2}$.

b) $S = I^2 Z = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20[\text{VA}]$, $I = \sqrt{S/Z} = \sqrt{20/5} = 2[\text{A}]$. $P = RI^2 = 16[\text{W}]$
 $R = P/I^2 = 16/4 = 4[\Omega]$. $Q = XI^2 = 12[\text{VAR}]$, $X = Q/I^2 = 12/4 = 3[\Omega]$. $Z = R + jX$, tj. $Z = (4 + j3)\Omega$.

$$\mathbf{Z1.} \quad E = E_1 + E_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} + \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{(d-r)^2} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{(d-r)^2} \right).$$

$$U = \int_{R_1}^{d-R_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{d-R_2} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{(d-r)^2} \right) dr = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left[\int_{R_1}^{d-R_2} \frac{dr}{r^2} + \int_{R_1}^{d-R_2} \frac{dr}{(d-r)^2} \right].$$

$$U = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{d-R_2} + \frac{1}{R_2} - \frac{1}{d-R_1} \right] = 36 \cdot 10^3 \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{996} - \frac{1}{996} \right] = 36 \cdot 10^3 \left[\frac{2}{4} - \frac{2}{996} \right] = 17.92[\text{KV}]$$

$$\text{Približno } U = V_1 - V_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R_1} - \frac{-Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R_2} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right] = 36 \cdot 10^3 \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right] = 18[\text{KV}]$$

Z2. Po metodi potencijala čvorova dobija se $\left(\frac{1}{R_E} + \frac{1}{R_T} \right) \cdot V_1 = I_g + \frac{E}{R_E}$,

$\left(\frac{1}{230} + \frac{1}{120} \right) \cdot V_1 = 0.25 + \frac{100}{230}$ sledi $V_1 = 54[\text{V}]$. Napon na R_T je $V_1 = 54[\text{V}]$. Struja kroz bateriju je

$$I_E = \frac{E - V_1}{R_E} = \frac{100 - 54}{230} = 0.2[\text{A}] \quad \text{pa je onda} \quad P_E = EI_E^2 = 100 \cdot 0.2 = 20[\text{W}].$$

$$P_{I_g} = V_1 \cdot I_g = 54 \cdot 0.25 = 13.5[\text{W}]$$

Z3. a) $\bar{I}_L = \bar{E} / j\omega L = 10 / (j10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3}) = 1/j = -j = 1 \cdot e^{-j\pi/2} = 1\text{A} \angle -\pi/2$

$\bar{I}_R = \bar{E} / R = 10/10 = 1\text{A}$, gde je $\bar{E} = 100[\text{V}]$ fazor $e(t)$. Dakle $I_L = I_R = 1\text{A}$.

b) Struja izvora $\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_L = 1 - j = \sqrt{2} e^{j\arctg \frac{1}{-1}} = \sqrt{2} e^{j-\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2} \angle -\frac{\pi}{4} [\text{A}]$

c) Kompleksna snaga izvora je

$\bar{S} = \bar{E} \cdot \bar{I}^* = 10 \cdot [(1-j)]^* = 10 \cdot [(1+j)] = 10 + j10$. Kako je $\bar{S} = P + jQ$, to je

$P = 10[\text{W}]$, $Q = +10[\text{VAR}]$ i $S = 10\sqrt{2}[\text{VA}]$.

